Arquitecturas Computacionales

Clase 03

Facultad de Ingeniería / Escuela de Informática
Universidad Andrés Bello, Viña del Mar.

- es una estructura algebraica consistente de un conjunto **B**, de dos elementos y dos operaciones binarias
- se cumplen los axiomas de clausura, conmutatividad, asociatividad, distributividad, identidad y complementariedad.

Definición

- El álgebra de Boole es un sistema algebraico cerrado que contiene un conjunto **B** de dos elementos, **{0, 1}**, y dos operadores **{$\cdot$, + }**.

- Los operadores también suelen representarse según: **{AND, OR}**.

Definición

- La clausura implica que si **a** y **b** pertenecen a **B**, entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ y $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ también pertenecen a **B.**

Postulado: elementos únicos

Existen elementos únicos (0 y 1) en **B** tal que para cada **a** en **B** se tiene:

$$a + 0 = a$$
$$a \cdot 1 = a$$

Postulado: conmutatividad

Si **a** y **b** pertenecen a **B**:

$$a + b = b + a$$
$$a \cdot b = b \cdot a$$

Postulado: asociatividad

Si **a**, **b** y **c** pertenecen a **B**:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

Postulado: distributividad

Si **a**, **b** y **c** pertenecen a **B**:

$$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$$
$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

Postulado: complementariedad

Si **a** pertenece a **B**, existe complemento único de **a** que se representa por **a'**:

$$a + a' = 1$$
$$a \cdot a' = 0$$

UNIVERSIDAD ANDRES BELLO

Teorema: idempotencia

$$a + a = a$$
$$a \cdot a = a$$

demo (1):

$$\begin{aligned} a &= a \\ &= a + 0 \\ &= a + (a \cdot a') \\ &= (a + a) \cdot (a + a') \\ &= (a + a) \cdot 1 \\ &= a + a \end{aligned}$$

Teorema: absorción

$$\begin{aligned} a + ab &= a \\ a \cdot (a + b) &= a \end{aligned}$$

demo: (?)

Teorema: De Morgan

$$(a+b)' = a' \cdot b'$$
$$(a \cdot b)' = a' + b'$$

demo: (?)

UNIVERSIDAD ANDRES BELLO

función booleana

- Una función booleana de n variables $f(x_1, x_2, ..., x_n)$, es un mapeo o correspondencia que asocia un valor booleano a **f**, con cada una de las posibles combinaciones de valor que puedan tomar las variables.
- Una función puede ser escrita como expresión y representada a través de una Tabla de verdad.

Tabla de verdad

- La representación por tabla de verdad es **única.**
- Dos funciones con tablas de verdad iguales son equivalentes.
- **Ejemplo:** $f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2' + x_1' \cdot x_2$

Dibuje la tabla de verdad para las siguientes funciones booleanas:

- $f_1(x_1, x_2) = \left(x_1 x_2 + x_1' x_2\right)$
- $f_2(x, y, z) = (x + y) \cdot (y' + z)$
- $f_3(a, b, c, d) = \left(ab \cdot (c + d)'\right)'$